2022 年度　中期入学試験問題

Ⅰ型受験

◆機械工学科　◆機械システム工学科
◆電気電子工学科
◆建築学科／建築専攻（Ⅰ型）◆建築学科／インテリアデザイン専攻（Ⅰ型）
◆建築学科／土木・環境専攻（Ⅰ型）
◆建築学科／かおりデザイン専攻（Ⅰ型）
◆情報システム学科
◆情報デザイン学科（Ⅰ型）
◆総合情報学科／経営情報コース（Ⅰ型）
◆総合情報学科／スポーツ情報コース（Ⅰ型）

数　　学

受験上の注意

※必須教科を含め２教科受験型です。受験する教科数に過不足があると判定しない場合がありますので注意してください。

1．受験票は、机の端の見える位置に置いてください。

2．**解答用紙Ａ（ＯＣＲ用紙）**は１枚、**解答用紙Ｂ**は１枚です。

3．試験監督者の指示により、受験番号を解答用紙Ａ（ＯＣＲ用紙）と解答用紙Ｂの指定された場所に必ず記入してください。

4．試験開始の合図があるまで、この問題用紙の中を見てはいけません。

5．試験開始後は、試験終了まで退室できません。

6．用件のある場合は、手を挙げてください。

7．解答は、解答用紙Ａ（ＯＣＲ用紙）と解答用紙Ｂのそれぞれ指定された欄に記入してください。
問題用紙の余白は計算に使用しても結構です。

8．解答用紙Ａ（ＯＣＲ用紙）の記入上の注意

（ア）解答用紙Ａは、直接コンピュータ処理をするため、汚したり、折り曲げたりしないでください。

（イ）記入は、鉛筆もしくはシャープペンで、ていねいに記入してください。
また、訂正の場合は消しゴムで完全に消してください。

（ウ）解答は「記入文字例」の数字を参考に記入してください。

9．問題用紙は持ち帰ってください。

10．※印の欄には記入しないでください。

[1] 次の「ア」から「ネ」までの $\boxed{}$ にあてはまる 0 から 9 までの数字を，解答用紙A（OCR用紙）に記入せよ。ただし，根号内の平方因数は根号外にくくり出し，分数は既約分数で表すこと。

(1) $\triangle\mathrm{ABC}$ において $\mathrm{AB}=5$, $\mathrm{BC}=9$, $\mathrm{CA}=6$ とするとき，$\cos B=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。さらに，辺 BC を $1:2$ に内分する点を D とすると，$\mathrm{AD}=\dfrac{\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$ であり，$\triangle\mathrm{ABD}$ の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}$ である。

(2) 実数 x, y が方程式 $x^2+y^2-3(x+y)+4=0$ を満たすとする。このとき，$k=x+y$ とおくと，$xy=\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}(k^2-3k+4)$ であり，k のとりうる値の範囲は $\boxed{サ}\leqq k\leqq\boxed{シ}$ である。さらに，$x+y-3xy$ は，$k=\boxed{ス}$ のとき最大値 $-\boxed{セ}$ をとる。

(3) 3個のさいころを同時に投げるとき，出る目の和が 5 になる確率は $\dfrac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}\boxed{チ}}$，出る目の和が 6 以下になる確率は $\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}\boxed{ト}}$，出る目の和が 4 以上かつ 14 以下になる確率は $\dfrac{\boxed{ナ}\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}\boxed{ネ}}$ である。

[2] 次の「ノ」から「ロ」までの $\boxed{}$ にあてはまる 0 から 9 までの数字を，解答用紙A（OCR用紙）に記入せよ。ただし，根号内の平方因数は根号外にくくり出し，分数は既約分数で表すこと。

(1) $3x^3+2x^2-8x+2$ を x^2+x-3 で割ったときの余りは，

$\boxed{ノ}x-\boxed{ハ}$ である。

$(3x^3+2x^2-8x+2)^2$ を x^2+x-3 で割ったときの余りは，

$-\boxed{ヒ}x+\boxed{フ}\boxed{ヘ}$ である。

$(3x^3+2x^2-8x+2)^4$ を x^2+x-3 で割ったときの余りは，

$-\boxed{ホ}\boxed{マ}\boxed{ミ}x+\boxed{ム}\boxed{メ}\boxed{モ}$ である。

(2) $\dfrac{\pi}{4}<\theta<\dfrac{\pi}{2}$, $\sin 2\theta=\dfrac{3\sqrt{7}}{8}$ のとき，

$\cos 2\theta=-\dfrac{\boxed{ヤ}}{\boxed{ユ}}$, $\sin\theta=\dfrac{\boxed{ヨ}}{\boxed{ラ}}$, $\cos 3\theta=-\dfrac{\boxed{リ}\sqrt{\boxed{ル}}}{\boxed{レ}\boxed{ロ}}$ である。

［３］の解答は，解答用紙Ｂの指定された欄に記入してください。

［３］数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は $a_1 = 3$, $b_1 = -1$, $a_{n+1} - b_n = 7n + 2$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$, $a_n - b_{n+1} = 3n + 1$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ を満たすとする。

（１）a_2, b_2 の値を求めよ。

（２）$n \geqq 1$ のとき，a_{2n+2} と a_{2n} の関係式を求めよ。

（３）数列 $\{a_{2n}\}$ の一般項を求めよ。

（４）数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

［４］の解答は，解答用紙Ｂの指定された欄に記入してください。

［４］次の（Ａ）または（Ｂ）のいずれか一方を選んで解答せよ。

（Ａ）a を $a \neq 1$ を満たす正の定数とし，$f(x) = \dfrac{1}{a^2}\left\{x^2 - (a^2 + a)x + a^3\right\}$ とする。また，放物線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を $S(a)$ とする。

（１）放物線 $y = f(x)$ と x 軸の交点の x 座標を求めよ。

（２）$a > 1$ のとき，$S(a)$ を求めよ。

（３）$0 < a < 1$ のとき，$S(a)$ を求めよ。

（４）$\dfrac{1}{5} \leqq a \leqq \dfrac{2}{3}$ のとき，$S(a)$ の最大値と最小値を求めよ。

（Ｂ）$0 < a < 1$, $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$ とする。

（１）$f(x)$ の極値を求めよ。

（２）曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ と原点を結ぶ直線 ℓ の方程式を求めよ。

（３）曲線 $y = f(x)$, 直線 ℓ および直線 $x = 1$ で囲まれた３つの部分の面積の和 $S(a)$ を求めよ。

（４）$S(a)$ を最小にする a の値を求めよ。